

Zur geometrischen Optik zusammengesetzter abbildender Flächenfolgen

Tronnier, Albrecht Wilhelm

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 4, 1952, S. 58-72



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Zur geometrischen Optik zusammengesetzter abbildender Flächenfolgen

Von A. W. Tronnier

Mit 4 Abbildungen

Résumé: Après un aperçu sur le but général de l'optique géométrique et de l'application dans la construction optique, l'auteur donne quelques indications sur les méthodes principales pour la computation du trajet de rayons lumineuses à travers une suite de lentilles.

Il s'en suit la description d'idées nouvelles sur l'interdépendance de lois sur certaines fonctions spécifiques concernant la reproduction par la voie de l'optique géométrique, et il y est dit comment on pourrait réaliser les connaissances théoriques.

Finalement il est démontré par des exemples dans quelle mesure l'application pratique de ces connaissances pourrait développer et faire progresser la technique actuelle.

Summary: After having given a survey on the general aims of geometrical optics and the applications in design, there are outlined the fundamental methods of computation of the passing of the rays through a lens system.

Referring to the description of a new conception concerning the lawful connexion of some special functions for the geometrical-optical reproduction, the possibilities of realizing such theoretical knowledges are described.

Finally it is explained by comparative examples to which extent the practical application of such developments can serve the progress of technics.

Die technische Optik findet ihre letzte und zugleich höchste Zielsetzung in der Unterstützung des menschlichen Sehens. Mit ihrer Hilfe und durch ihre instrumentellen Mittel wird der Sehvorgang erleichtert, die Leistungsfähigkeit des menschlichen Auges gesteigert, sein Wahrnehmungsbereich erweitert oder ein sonst flüchtiger Bildeindruck auf lichtempfindlichen, in geeigneten Spektralbereichen ansprechenden Schichten festgehalten. Dabei ist die unterste Wahrnehmbarkeitsgrenze letzten Endes immer gegeben durch den Grenzwert des linearen oder angularen Auflösungsvermögens des menschlichen Auges oder der lichtempfindlichen Schichten, die gegebenenfalls den unmittelbaren Sehvorgang zu vertreten haben.

Die technische Optik kann infolgedessen ihrer wahren Aufgabe nur dann in bester Weise gerecht werden, wenn die von ihr zur Verfügung gestellten optischen Instrumente selbst diese End-Wahrnehmbarkeitsgrenze nicht im ungünstigen Sinne verschieben und somit also ihrerseits über eine jeweils maximale Bildleistung verfügen. Das bedeutet im Rahmen des allgemeinen Aufbaues dieser Instrumente immer, daß ihr spezieller optischer Systemaufbau tunlichst nur mit einem Minimum an Eigen-Bildfehlern behaftet sein soll.

Die bisherige, sich über mehr als 3 Jahrhunderte erstreckende Entwicklung der praktischen Optik ist eine einzige Folge solcher Bemühungen, die Bildfehler optisch-wirksamer Flächenfolgen konstruktiv wie ausführungsmäßig zu vermindern und so dem Idealfall der Bildfehler-Korrektion zuzustreben. Mathematiker, Physiker, Astronomen, praktische Optiker und Liebhaber der

Wissenschaft haben in der langen Reihe dieser erfolgreichen Bemühungen um den technischen Fortschritt wegbereitend zusammengewirkt.

Auf dem weiten Gebiet der technischen Optik wird insbesondere bei der konstruktiven Anlage der abbildenden Flächenfolgen optischer Systeme die Wellennatur des Lichtes im allgemeinen nicht berücksichtigt, sondern an deren Stelle der Verlauf von Lichtstrahlen durch die Systemflächen vorausgesetzt, wobei diese Lichtstrahlen als die Normalen der das optische System passierenden Wellenflächen zu gelten haben.

Die geometrische Optik ^{*}), die auf dieser vereinfachenden Annahme basiert, konnte im Laufe der Gesamtentwicklung der Optik zu einer ausreichend umfassenden und in allen wesentlichen Teilen auch durchaus selbständigen Disziplin ausgebildet werden, die vorwiegend die Trägerin aller jener Grundlagen ist, die normalerweise zur Konstruktion optischer Systeme und zur Erfüllung der dabei gestellten Zielsetzungen herangezogen werden müssen. Die vom Standpunkt der geometrischen Optik aus im Zuge der Entwicklung offenbar gewordenen Gesetzmäßigkeiten und Gesetze sind ebenso wohl theoretisch begründet und nachgewiesen wie experimentell und praktisch untermauert und können als durchaus gesichert betrachtet werden. Trotz der grundlegenden Vernachlässigung der wahren Natur des Lichtes und der vereinfachenden Beschränkung auf einen strahlenmäßigen Verlauf desselben konnte die angewandte Technik mit größtem Erfolge von den Ergebnissen der geometrischen Optik Gebrauch machen. Dabei waren in jedem Fall auch jene generellen Schwierigkeiten zu überwinden, die sich bei der Entwicklung abbildender Flächenfolgen der Erreichung des angestrebten Leistungszieles dadurch entgegenstellen, daß jedes optische System nicht nur von einer einfach-unendlichen Strahlenmannigfaltigkeit durchsetzt wird, sondern daß der Bildaufbau durch eine vielfach-unendliche Vielfalt von Strahlen erfolgt, von der notwendigerweise nur eine diskrete Auswahl bei der konstruktiven Bearbeitung einer Flächenfolge herangezogen werden kann. Die Festsetzung einer tunlichst optimalen Auswahl solcher für die Konstruktionsarbeit bevorzugten Strahlen ist bereits in hohem Maße erfahrungsverbunden. Darüber hinaus ist es leicht verständlich, daß zur Durchführung der Konstruktion leistungsfähiger optischer Systeme, insbesondere der modernen Viellinser, außerordentlich umfangreiche und damit zeitraubende statistische Berechnungen durchgeführt werden müssen, wobei der hierfür erforderliche Zeitaufwand im allgemeinen der eigentlichen schöpferischen Arbeit des Konstrukteurs verloren geht.

Da der Faktor Zeit beim technischen Einsatz der Wissenschaft nicht vernachlässigt werden darf, werden von den Werken der optischen Industrie — als den Hauptträgern der heutigen Weiterentwicklung der technischen Optik — umfangreiche und wohlbesetzte mathematisch-statistische Ab-

^{*}) Die Berechtigung einer geometrischen Optik ist von zahlreichen Autoren, insbesondere auch von den Vertretern der Abbeschen Schule, bereits eingehend dargelegt worden im Rahmen jenes Teiles der Theorie der Optischen Instrumente, der die Bildzeugung durch optische Flächenfolgen und die dazugehörigen Fehler-Theorien zum Gegenstand hat.

teilungen unterhalten, in denen unter Einsatz aller modernen technischen und wissenschaftlichen Hilfsmittel an elektrischen Rechenmaschinen, Spezialtabellenwerken usw. die benötigten statistischen Unterlagen errechnet, gesammelt, ausgewertet und so der eigentlichen Entwicklung und damit der schöpferischen Arbeit nutzbar gemacht werden.

Im Zuge dieser industriell-orientierten Entwicklung sind in den letzten Jahrzehnten auch zahlreiche neue Variationen der Berechnungsmethoden und Formelsysteme ausgearbeitet worden, die unter Abkehr von den älteren konventionellen Berechnungsweisen eine wesentlich schnellere und dennoch genaue numerische Erfassung der erforderlichen statistischen Unterlagen gestatten. Ein großer Teil der internen Facharbeit der Spezialisten dieses Sondergebietes der angewandten Technik wird daher auch in dieser Entwicklungsrichtung immer wieder solchen rein theoretischen Bemühungen gewidmet sein, denen später die praktische Nutzenwendung und damit letzten Endes der erstrebte technische Fortschritt nachfolgt.

*

Bei der Verfolgung des Verlaufes von Strahlen durch optische Flächenfolgen ist wohl zu unterscheiden zwischen der Abbildungsvermittlung durch sehr enge Bündel sowohl in als auch außer der Achse wie zwischen der Abbildungsvermittlung durch weit-geöffnete Büschel oder Bündel, die in einem Hauptschnitt oder in windschiefer Richtung das zugeordnete abbildende System passieren. Dementsprechend sind auch die Formelsysteme zur rechnerischen Verfolgung der Strahlen in gleicher Weise spezialisiert*). Die so bedingte Vielzahl der Rechenanweisungen muß aber noch eine notwendige Erweiterung dadurch erfahren, daß es sich auf dem Arbeitsgebiet der konstruktiven Optik nicht immer nur ausschließlich darum handelt, für eine bestimmte geplante oder existente optische Flächenfolge konkrete Strahlenverläufe exakt zu erfassen. Im Gegenteil: sehr oft liegt die zwingende Notwendigkeit vor, Wirkungs-Überblicke allgemeiner Art zu erhalten, für die dann jedoch normalerweise nur verhältnismäßig geringe Anforderungen an die Präzision ihrer numerischen Werte gestellt werden. Daher kann im Zuge ein und derselben Entwicklungsaufgabe, die dem optischen Konstrukteur vorliegt, ein mehrmaliger Wechsel in der Arbeitsmethodik zur Erfassung der benötigten numerischen Unterlagen unumgänglich erforderlich sein.

Im Hinblick auf die generelle Zielsetzung der konstruktiven geometrischen Optik wird jedoch das Hauptgewicht der numerischen Untersuchungen immer auf den exakten Durchrechnungsverfahren ruhen, deren Ergebnisse letztlich zu jener Feinkorrektur der Restbildfehler führen können, die zur Erzielung einer optimalen Bildleistung abbildender Flächenfolgen notwendigerweise herbeigeführt werden muß. Dabei erfordert die dem hohen Stande der Technik entsprechende fortschreitende Annäherung der optimalen Bildleistung an den

*) Im Rahmen dieser jeweiligen Spezialisierungen sind seitens der verschiedenen Autoren — wiederum unterschiedlich je nach Zielsetzung oder äußeren Rechenumständen — die verschiedenartigsten Formel-Modifikationen ausgearbeitet und der Praxis vorgeschlagen worden. Im Interesse einer ausreichend rationalen Handhabung sind solche Modifikationen nun wiederum oft noch dahingehend zu variieren, daß sie z. B. der speziellen Operations-Charakteristik der verwendeten Rechenmaschinen besonders gut angepaßt sind.

idealen Abbildungszustand ganz zwangsläufig die stete Einhaltung einer außerordentlich hochgetriebenen Genauigkeitsleistung in sämtlichen Arbeitsstadien.

Dieser notwendigen Realisierung hoher Genauigkeiten bei der rechnerischen Verfolgung von Lichtstrahlen durch optische Flächenfolgen stehen verschiedene Gegebenheiten im Wege, die im wesentlichen darauf zurückzuführen sind, daß es sich hier um eine kollineare Abbildung handelt, bei der also die Objekt- und Bild-Punkte durch eine gebrochene lineare Substitution einander zuzuordnen sind. Der Rechnungsgang besteht daher aus einer rekurrenten Folge von Arbeitsoperationen, die mit einem ständigen Wechsel ihrer Einzelwerte von relativ kleinen zu sehr großen Größenordnungsbereichen behaftet sind*). Das trifft insbesondere auf die konventionellen Durchrechnungsmethoden zu, bei denen der Strahlenverlauf im allgemeinen rechnerisch festgelegt wird durch die Bestimmung der Neigungswinkel der Strahlen gegen die und ihrer Schnittweiten längs der bevorzugten Bezugslinie. Als solche dient vorwiegend die gemeinsame optische Achse, in bezug auf die das gesamte System der Flächenfolge als „zentriertes“ System zu gelten hat.

Bei dieser „Schnittweiten-Orientierung“ weist die Bezugslinie — die für die Berechnung einiger seitlicher Bildfehler auch durch einen schrägen Hauptstrahl repräsentiert werden kann, ohne daß damit eine grundsätzliche Änderung der Verhältnisse verbunden wäre — durch den Strahleneinschnitt zwei dem betrachteten Strahl zugeordnete Schnittweiten auf, von denen die eine (s_j) auf den Flächenscheitel, die andere (c_j) auf den Krümmungsmittelpunkt eben dieser Fläche bezogen ist. In bestehender Abbildung I sind diese Bestimmungs- und

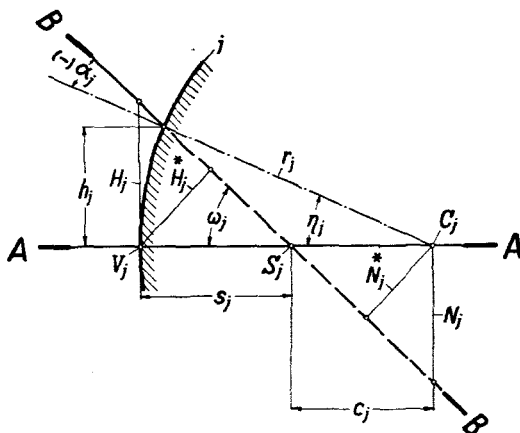


Abb. 1. Der einfallende Strahl. In die auf der optischen Achse AA stehende Fläche j tritt der einfallende Strahl BB unter dem Achsenneigungswinkel ω_j ein, wobei seine (gestrichelt dargestellte) Verlängerung die Achse in dem Schnittpunkt S_j trifft. Die auf den Flächenscheitel F_j bezogene Achsenschnittweite dieses Strahls wird mit s_j , die auf den Krümmungsmittelpunkt C_j der Fläche bezogene Schnittweite wird mit c_j bezeichnet. Der Einfallswinkel α_j des Strahls ist auf die Flächennormale bezogen, die mit der optischen Achse AA den Kugelwinkel η_j einschließt und gleich dem Krümmungsradius r_j ist. Die Einfallshöhe des Strahles ist mit h_j , seine Scheitellotlänge mit H_j und die Länge des zugehörigen Scheitelstrahlotes mit H_j^* bezeichnet. Im Krümmungsmittelpunkt der Fläche ist das Centrallo N_j errichtet und die Länge des Centralstrahlotes ist mit N_j^* bezeichnet.

*) Bei den modernen vielfächigen Abbildungssystemen, die meist für sehr hohe relative Öffnungen bei zugleich extremen Anforderungen hinsichtlich ihrer Bildleistung vorgesehen sind, wirkt sich der damit verbundene Genauigkeitsverlust naturgemäß besonders ungünstig aus, wodurch die neuerlichen Bestrebungen zur Steigerung der Genauigkeitsleistung von der Grundlagenseite her ihre Erklärung und zugleich ihre Berechtigung finden.

Bezugsgrößen schematisch dargestellt. Die darin eingeschriebenen Bezeichnungen sind in Anlehnung an die von A. Gleichen vorgeschlagene und viel verwendete Bezeichnungsweise festgesetzt. Die Vertreter der Abbeschen Schule sowie Steinheil, Lange, Conrady usw. haben diese Methode der Schnittweiten-Orientierung bevorzugt ihren Arbeiten zugrundegelegt und ausgebaut.

Bruns, Seidel und Wanach führten die „Centrallot-Orientierung“ ein, bei der als das eine Bestimmungsstück zur Festlegung des Strahlenverlaufs die Länge des Abschnittes des im Krümmungsmittelpunkt errichteten Centrallots (N_j) von der optischen Achse bis zum Durchstoßungsort des Strahls auf der in dieser Achse errichteten Lotebene berechnet wird.

Eine dritte Methode, die von Hansen, Gramatzki und Strömgren bevorzugte „Centralstrahllo-Orientierung“, benutzt als das eine Bestimmungsstück die Länge des vom Krümmungsmittelpunkt auf den Strahl (oder dessen virtuelle Verlängerung) gefällten Strahllots N_j^* . Hierbei wird die Berechnung des gebrochenen Strahls besonders einfach, da die Relation der Centralstrahllo-Längen vor und nach der Brechung ganz streng umgekehrt proportional dem Brechzahlenquotienten der Medien vor und nach der zugehörigen brechenden Fläche ist. Daraus ergibt sich zugleich, daß das Produkt aus Centralstrahllo-Länge mal Brechzahl eine — wellenlängenabhängige — Flächeninvariante ist. Es gilt also

$$N_j^* \cdot n_j = N_j^{*'} \cdot n_j' = I_{Fj} \quad (1)$$

oder in der Differenzen-Schreibweise

$$\Delta(N^* \cdot n)_j = 0, \quad (2)$$

wobei in der normalüblichen Weise die korrespondierenden Größen vor und nach der Brechung durch ungestrichene und gestrichene Werte (z. B. x_j und x_j') unterschieden werden und die Brechzahlen der Medien vor und nach der Brechung mit n_j und n_j' bezeichnet sind.

*

Offensichtlich können derartige Lote aber nicht nur in den auf der optischen Achse gelegenen Krümmungsmittelpunkten der Flächen errichtet werden, sondern auch in den von der Bezugslinie durchstoßenen Flächenscheiteln. In diesem Fall wird man in Übereinstimmung mit der in Abb. 1 gegebenen Darstellung in analoger Weise zwischen Scheitello und Scheitelstrahllo unterscheiden, wobei also im ersten Fall das Scheitello die auf der optischen Achse senkrecht stehende Tangente im Flächenscheitel ist, während im zweiten Fall das Scheitelstrahllo das von diesem Scheitelpunkt aus auf den Strahl (oder seine Verlängerung) gefällte Lot bezeichnet. In Abbildung 2 ist die Brechung eines beliebigen Strahls BB an einer zur optischen Achse AA zentrierten Fläche j dargestellt, in deren Scheitel (vertex) V_j die zugehörigen Scheitelstrahllo auf diesen Strahl vor und nach der Brechung gefällt sind.

Die bei dieser Strahlenbrechung resultierende Differenz der Scheitelstrahllo-Längen ist in der Abbildung eingezeichnet und es gilt für den Krümmungsradius l in aller Strenge

$$H_j^{*'} - H_j^* = D_j \quad (3)$$

und somit für den beliebigen Radius r_i

$$\frac{H_i^{*'} - H_i^*}{r_i} = D_i, \quad (4)$$

wobei mit D_i die Kerbersche „sphärische Determinante“ bezeichnet ist. Für deren Berechnung sind bereits früher von verschiedenen Autoren Formelvorschläge veröffentlicht worden, die sich jedoch in erster Linie auf eine sichere logarithmische Berechnung ihrer numerischen Werte beziehen. In der hier gewählten Bezeichnungsweise und unter Beiseite-lassung der Flächenindizes werden für D folgende Ausdrücke als Beispiele älterer Rechenmethoden gegeben:

Kerber:
$$D = 2 \cdot \frac{S}{r} \cdot \sin \omega \cdot \frac{\sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\beta - \omega'}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\omega - \alpha}{2} \right)}$$

König-v. Rohr:
$$D = 4 \cdot \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\beta - \omega'}{2} \right) \cdot \sin \frac{\eta}{2}$$

Chrétien:
$$D = 4 \cdot \sin \frac{\eta}{2} \cdot \left[\cos \left(\frac{\omega - \alpha}{2} \right) - \cos \left(\frac{\omega' + \beta}{2} \right) \right]$$

Derartige Formelentwicklungen wurden ausgelöst durch die Tatsache, daß sich mit Hilfe dieser Kerberschen sphärischen Determinante D streng gültige Differenzenformeln bilden lassen, die unmittelbar die durch die Strahlenbrechung an den einzelnen Systemflächen erzeugten Fehleranteile eben dieser einzelnen Flächen an den Gesamtaberrationen einer zusammengesetzten optischen Flächenfolge exakt darstellen. Aus der Konstitution dieser Bestimmungsgleichungen für D ist bereits augenfällig zu ersehen, daß sowohl die Kerbersche Originalformel als auch das sin-Produkt der halben Winkeldifferenzen nach König-v. Rohr wie der gemischte sin-cos-Ausdruck von H. Chrétien einen erheblichen Arbeitsaufwand zur exakten numerischen Erfassung der Einzelwerte erfordern.

Es soll daher an dieser Stelle ein anderer Entwicklungsweg aufgezeigt werden, der bei dieser Scheitel-Strahlnot-Orientierung auf ein Ausdruckssystem für die rechnerische Verfolgung des Strahlenverlaufs führt, welches unter Abkehr von der Abbeschen Zählweise bzw. den Hederichschen Kettenbruchentwicklungen der allgemeinen Form

$$a_{v+1} = a_v + b'_v + b''_v$$

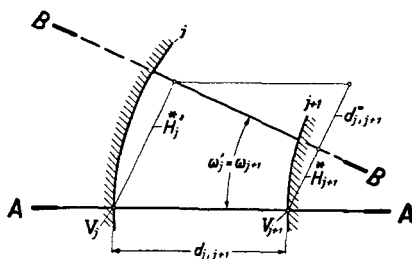


Abb. 2. Die Strahlenbrechung. Der Strahl BB' erfährt beim Durchtritt durch die auf der optischen Achse AA' angeordnete Fläche j eine Brechung, durch die der Verlauf des Strahles aus seiner ursprünglichen Richtung um den Ablenkungswinkel β_j abgelenkt wird. Der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahl und der Flächennormale r_j wird als Brechungswinkel β_j bezeichnet. Die im Flächenscheitel V_j fußenden Scheitelstrahlhühen sind mit H_j^* und $H_j^{*'}$ bezeichnet. Ihre brechungsbedingte Längendifferenz $H_j^{*'}$ — H_j^* ist ebenfalls zeichnerisch dargestellt.

folgt und damit die Entwicklung von überaus vorteilhaften Summenformeln gestattet, welche einen besonders klaren Einblick in den Korrekptionsmechanismus einer zusammengesetzten abbildenden Flächenfolge vermitteln.

Der vorstehende Ausdruck läßt aus seiner Umformung zu

$$a_{v+1} - a_v = b'_v + b''_v$$

somit erkennen, daß bei der Summation eines solchen Gleichungssystems über m Flächen auf der linken Seite der Gleichungen sämtliche Innenglieder der a -Werte von der 2-ten bis zur $(m - 1)$ -ten Fläche sich gegenseitig wegheben und lediglich das erste und letzte der a -Glieder übrigbleiben, während auf der rechten Gleichungsseite die Summe aller b' - und b'' -Werte von 1 bis m resultiert.

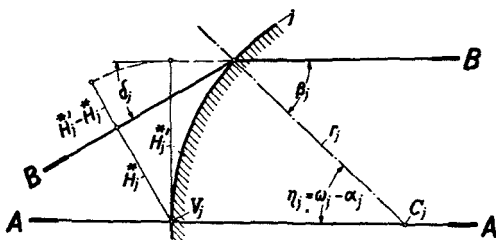


Abb. 3. Der Flächenübergang. Der zwischen den Flächen j und $j + 1$ verlaufende Strahl BB' besitzt einen Neigungswinkel $\omega'_j = \omega_{j+1}$ gegen die optische Achse AA' . Der längs dieser Achse gemessene Abstand zwischen den Flächenscheiteln V_j und V_{j+1} ist mit $d_{j,j+1}$ bezeichnet, die in den beiden Endpunkten dieses Flächenabstandes auf den Strahl gefällten Scheitelstrahlhote sind dementsprechend H_j^* und H_{j+1}^* . Ihre Differenz ist durch die Strecke $d_{j,j+1}^*$ festgelegt.

Da in dieser allgemeinen Form die a -Werte immer vom μ -ten zum $\mu + 1$ -ten Koordinatenanfangspunkt übergehen, muß auch im vorliegenden Falle der rechnerischen Strahlenverfolgung in gleicher Weise der Flächenübergang von der Fläche j zur Fläche $j + 1$ in korrespondierender Weise vollzogen werden. In beistehender Abb. 3 ist dieser Übergang dargestellt und es kann daraus die Übergangsformel sofort abgelesen werden zu

$$H_{j+1}^* = H_j^* - d_{j,j+1}^* \cdot \sin \omega'_j \quad (5)$$

worin zur Abkürzung

$$d_{j,j+1}^* = d_{j,j+1} \cdot \sin \omega'_j \quad (6)$$

geschrieben ist. Damit läßt sich unter Berücksichtigung der Gleichung (4) die rechnerische Verfolgung des Strahlenverlaufs durch eine Flächenfolge direkt realisieren mittels der

$$\text{Brechungsformel: } H_i^* = H_i^* + r_i \cdot D_i \quad (7)$$

und der

$$\text{Übergangsformel: } H_{i+1}^* = H_i^* - d_{i,i+1}^* \cdot \sin \omega'_i \quad (8)$$

wobei in Übereinstimmung mit Abb. 3 grundsätzlich für jeden Übergang gilt:

$$\sin \omega'_i = \sin \omega_{i+1}.$$

Durch Zusammenziehung der Gleichungen (7) und (8) wird schließlich die geschlossene Durchrechnungsformel

$$H_{i+1}^* = H_i^* + r_i \cdot D_i - d_{i,i+1}^* \cdot \sin \omega'_i \quad (9)$$

erhalten.

Daraus ergibt sich unter der Berücksichtigung, daß in Übereinstimmung mit Abb. 1 immer

$$H_i^* = s_i \cdot \sin \omega_i \quad (10)$$

streng gilt, durch Summation über sämtliche — von 1 bis ∞ zählenden — Flächen die Summenformel

$$s'_\infty \cdot \sin \omega'_\infty - s_1 \cdot \sin \omega_1 = \sum_{i=1}^{\infty} r_i \cdot D_i - \sum_{i=1}^{\infty} d_{i,i+1} \cdot \sin \omega'_i \quad (11)$$

Für den vom fernen Objekt her einfallenden Strahl gilt dabei an der ersten Systemfläche speziell $s_1 = \infty$ und $\omega_1 = 0$ und damit $H_1^* = H_1 = h_1$ und man erhält so für die letzte (bildseitige) Schnittweite den Ausdruck

$$s'_\infty = \frac{h_1}{\sin \omega'_\infty} + \frac{1}{\sin \omega'_\infty} \left(\sum_1^{\infty} r_i \cdot D_i - \sum_1^{\infty} d_{i,i+1} \cdot \sin \omega'_i \right) \quad (12)$$

Da für diesen Fall weiter

$$\frac{h_1}{\sin \omega'_\infty} = f_{Rd} \quad (13)$$

gilt, außerdem zur Abkürzung

$$\sum_1^{\infty} r_i \cdot D_i - \sum_1^{\infty} d_{i,i+1} \cdot \sin \omega'_i = \Delta_1^* \quad (14)$$

geschrieben werden soll, so erhält man

$$s'_\infty = f_{Rd} + \frac{1}{\sin \omega'_\infty} \cdot \Delta_1^* \quad (15)$$

Nennt man die effektive Brennweite dieses Parallelstrahls f_A und die zugehörige Aperturhöhe desselben H_A , so wird endlich

$$s'_\infty = f_A \left(1 + \frac{\Delta_1^*}{H_A} \right) \quad (16)$$

*

Diese Formeln, die sich auch durch Verallgemeinerung auf den Zustand des Strahlenverlaufes an jeder beliebigen Stelle und Fläche anwenden lassen, eignen sich vorzüglich zur Untersuchung des speziellen Fehlerzustandes zusammengesetzter optischer Flächenfolgen und der ihnen speziell innewohnenden Möglichkeiten zur Feinkorrektur der Restbildfehler, die ja immer dem jeweils vorliegenden Systemaufbau unmittelbar verbunden sind und bereits innerhalb eines gleichen Systemtyps weitesten Schwankungen unterworfen sein können.

Gleichzeitig gestattet dieses Formelsystem die Herleitung einiger Festsetzungen von allgemeiner Gültigkeit, deren praktische Berücksichtigung im Rahmen der vorgegebenen Zielsetzung vom optischen Konstrukteur wohl zu beachten ist.

Hierzu werden beispielsweise zwei gleichgerichtete benachbarte Strahlen betrachtet, die eine beliebige Flächenfolge passieren, deren Einfallshöhen an

der Frontfläche mit $H_{(1)}$ und $H_{(2)}$ bezeichnet seien und für die zur Abkürzung

$$\frac{f_A}{H_A} = \frac{1}{\sin \omega'_x} = 2 \cdot z \quad (17)$$

(z = Öffnungszahl der Linsenfolge)

gesetzt wird. Weiter wird die Proportionalitätszahl p_x eingeführt mit

$$\sin \omega'_{x(2)} = p_x \cdot \sin \omega'_{x(1)} \quad (18)$$

Damit erhält man sofort für die Erwartung

$$s'_{x(1)} \neq s'_{x(2)}$$

unmittelbar durch Differenzenbildung aus Gl. (15) einen geschlossenen Ausdruck für den Zonenfehler

$$\delta s'_z = \delta f_z + \frac{A_{1(2)}^* - p_x \cdot A_{1(1)}^*}{p_x \cdot \sin \omega'_{x(1)}}, \quad (19)$$

wobei also

$$\delta s'_z = s'_{x(2)} - s'_{x(1)} \quad (20)$$

Wenn weiter die Festsetzung

$$\frac{2z}{p_x} = Z \quad (21)$$

getroffen wird, so nimmt Gl. (19) die Form

$$\delta s'_z = \delta f_z + Z \cdot (A_{1(2)}^* - p_x \cdot A_{1(1)}^*) \quad (22)$$

an.

Aus dieser Gl. (22) ist nun direkt zu entnehmen, daß der Schnittweiten-Zonenfehler $\delta s'_z$ dann und nur dann verschwinden kann, wenn die rechte Seite dieser Gleichung den Wert 0 annimmt, d. h., wenn die Bedingung

$$\delta f_z = Z \cdot (p_x \cdot A_{1(1)}^* - A_{1(2)}^*) \quad (23)$$

erfüllt ist.

Diese Zonenabweichung der Brennweite δf_z könnte ihrerseits nur dann verschwinden, wenn der Klammerausdruck auf der rechten Seite von (23) seinerseits ebenfalls den Wert 0 annimmt und damit also auch die Bedingung

$$p_x \cdot A_{1(1)}^* = A_{1(2)}^* \quad (24)$$

erfüllt ist.

Weiterhin kann die Gl. (19) leicht umgestellt werden zu

$$\delta s'_z - \delta f_z = \frac{A_{1(2)}^*}{\sin \omega'_{x(2)}} - \frac{A_{1(1)}^*}{\sin \omega'_{x(1)}} \quad (25)$$

deren Annullierung sofort die Bedingungsgleichung für die Korrektur der Sinuskoinzidenz-Abweichung liefert

$$\frac{A_{1(2)}^*}{\sin \omega'_{x(2)}} = \frac{A_{1(1)}^*}{\sin \omega'_{x(1)}} \quad (26)$$

oder ganz allgemein:

$$\frac{A_{1(x)}^*}{\sin \omega'_{x(x)}} = \text{const.} \quad (27)$$

Die vorstehenden drei Bedingungsgleichungen sind jedoch im allgemeinen nicht streng erfüllbar, vor allem dann nicht, wenn das optische System end-

licher Öffnung und Baulänge lediglich unter Verwendung sphärischer Flächen aufgebaut ist. Es muß daher in allen diesen Fällen mit dem Auftreten endlicher Zonenfehlerreste gerechnet und deren Größe sorgfältig bestimmt werden.

*

Zur eingehenden numerischen Analyse des Zonenfehler-Verlaufes werden beispielsweise für die exakte Darstellung der sphärischen Aberration außer den Rand- und Achsenstrahlen noch geeignet ausgewählte gleichgerichtete Zwischenstrahlen (Zonenstrahlen) durchgerechnet, die untereinander die vorbesprochenen benachbarten Strahlenpaare darstellen.

Unter der näherungsweisen Voraussetzung, daß diese Strahlen nur mit Längsaberrationen behaftet seien und somit merkliche Konvergenzabweichungen im bildseitigen Strahlenverlauf nicht auftreten, sind einige der solchen Zonenstrahlen zugeordneten p_z - und Z -Werte in den nachfolgenden Tafeln zusammengestellt, die sich dabei auf solche Randstrahlen beziehen, deren Aperturhöhe jeweils einer bestimmten und hier als Tafelargument dienenden Öffnungszahl z entspricht.

Es ist in praxi üblich, außer dem Paraxialstrahl ($h_1 = 0$) und dem Randstrahl ($h_1 = H_A$) noch folgende Zwischenhöhen durchzurechnen:

für die Rechnung mit 1 Zonenstrahl: $H_z = H_A \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$

bei 2 Zonenstrahlen: $H_{z_1} = H_A \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$ $H_{z_2} = H_A \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$

bei 3 Zonenstrahlen: $H_{z_1} = H_A \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}$ $H_{z_2} = H_A \cdot \sqrt{\frac{2}{4}}$ $H_{z_3} = H_A \cdot \sqrt{\frac{3}{4}}$

Die beifolgenden Tafeln sind unter Berücksichtigung dieser 3 bevorzugten Fälle aufgestellt, wobei die mitgeteilten p_z - und Z -Werte mit Erfolg für alle Vorentwicklungen, die ohnehin nur mit einer geringeren Stellenzahl numerisch durchgearbeitet werden, direkt verwendbar sind. Sie gestatten dabei in einfacher Weise die gegenseitige Abstimmung der Korrekturfaktoren im Klammerausdruck von Gl. (22) bzw. (23) zur Erfüllung der Abbesehen Sinusbedingung.

Tafel der Zonenfaktoren

z	Ausführung der Systemdurchrechnung mit			p _x
	1	2		
	Zonenstrahl	Zonenstrahlen		
	$V\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 707\,107$	$V\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot 577\,350$	$V\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 816\,496$	
1,5	4,2426	5,1962	3,6742	Z
1,8	5,0912	6,2354	4,4091	
2,0	5,6569	6,9282	4,8990	
2,3	6,5054	7,9674	5,6338	
2,8	7,9196	9,6995	6,8586	
3,5	9,8995	12,124	8,5732	
4,5	12,728	15,588	11,023	
6,3	17,819	21,824	15,432	

z	Ausführung der Systemdurchrechnung mit 3 Zonenstrahlen			p _z
	$\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot 500\,000$	$\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 707\,107$	$\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 866\,025$	
1,5	6,0000	4,2426	3,4641	Z
1,8	7,2000	5,0912	4,1569	
2,0	8,0000	5,6569	4,6188	
2,3	9,2000	6,5054	5,3116	
2,8	11,200	7,9196	6,4663	
3,5	14,000	9,8995	8,0829	
4,5	18,000	12,728	10,392	
6,3	25,200	17,819	14,549	

Aus dieser Tafel der Zonenfaktoren ist die Abhängigkeit der Z-Werte vom Öffnungsverhältnis des abbildenden Systems eindeutig zu entnehmen. Zugleich offenbart der mit abnehmender Apertur- und Zonenöffnung ansteigende Faktorenwert Z die zwingende Notwendigkeit, auch lichtschwächere Systeme mit hoher Genauigkeit durchzurechnen, wenn sie mit einer Feinkorrektur ausgestattet werden sollen bzw. wenn eine möglichst weitgehende Annäherung an die (im allgemeinen nicht streng erreichbare) Erfüllung einer oder mehrerer der Bedingungsbedingungen (23) bis (27) erstrebt wird.

Für die ausübende Praxis werden durch diese Tafel ganz konkrete Angaben zur Verfügung gestellt, die einen Verzicht auf das bisher übliche Tatonnement gestatten, wie im folgenden beispielsweise erläutert sei:

Für das Objektiv eines Beobachtungssystems liege die Forderung vor, die zonische Differenz der Brennweiten für den Randstrahl und den oberen Zonenstrahl mit der Einfallshöhe

$$H_z = H_A \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

zu annullieren. Aus der Umformung von Gl. (24) ergibt sich dafür

$$p_x = \Delta_{1(Rd)}^* : \Delta_{1(z)}^* \quad (28)$$

$\delta f_z = 0$

oder in der Quotientenschreibweise

$$p_x = Q_{Rd,z}(\Delta_1^*) \quad (29)$$

$\delta f_z = 0$

und es ergibt sich damit aus der Zahlentafel, daß der Quotient aus den Aberrationsfaktoren $\Delta_{1(Rd)}^*$ und $\Delta_{1(z)}^*$ den numerischen Wert

$$Q_{Rd,z}(\Delta_1^*) = p_x = 0,816\,496$$

$\delta f_z = 0$

ganz exakt annehmen muß, damit die gestellte Korrektionsbedingung erfüllt wird.

Aus den Gleichungen (22) und (23) wird weiterhin erstmalig die Möglichkeit augenfällig offenbart, die zonischen Schnittweiten-Fehler dadurch vermindern bzw. annullieren zu können, daß im Gegensatz zu dem normalen

Korrektionsbestreben eine genau bemessene kleine Zonenabweichung der Brennweiten in den Randgebieten der Systemöffnung eingeführt wird.

Bezeichnet man zu deren Festsetzung die charakteristische Differenz der Aberrationsfaktoren mit

$$\Delta_1^{**} = p_z \cdot \Delta_{1(z)} - \Delta_{1(Rd)} \quad (30)$$

so wird der Schnittweiten-Zonenfehler $\delta s'_z$ dann verschwinden, wenn die hierzu eingeführte kleine zonische Brennweitenabweichung δf_z den Z -fachen Wert der vorgenannten Differenz der Aberrationsfaktoren Δ_1^{**} annimmt.

Für einen Zonenstrahl der Einfallshöhe

$$H_z = H_A \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$$

beträgt nach der Tafel der Zonenfaktoren dieser Z -Wert für ein System mit der größten relativen Öffnung von 1 : 2,8

$$Z = 7,9196.$$

Sofern also die Feinverteilung der Restaberrationen so geführt wird, daß im vorliegenden Falle

$$\delta f_z = 7,9196 \cdot \Delta_1^{**} \\ \delta s'_z = 0$$

streng realisiert wird, so ist dadurch in Übereinstimmung mit Gl. (22) der Zonenrestfehler der sphärischen Längsaberration für diese Einfallshöhe zum Verschwinden gebracht.

Bei der Durchführung dieser Korrektionsmaßnahmen wird tunlichst darauf zu achten sein, daß auch die charakteristische Aberrationsdifferenz Δ_1^{**} gemäß (30) einem Minimalwert zustrebt, um die restierenden zonischen Brennweitenabweichungen so klein zu halten, daß durch sie der Bildaufbau nicht sichtbar beeinflußt wird.

In dieser Weise wurden im Arbeitskreis des Verfassers bereits vor über einem Jahrzehnt lichtstarke Objektivsysteme für Sonderaufgaben entwickelt, die im Gegensatz zur normalen Erwartung auch bei sehr großen relativen Öffnungen weitgehend zonenfehlerfrei sind und sich daher durch eine ganz außergewöhnliche Abbildungsleistung auszeichneten. Die in jüngster Zeit wiederholt besprochenen neuen Voigtländer-Hochleistungsanastigmaten sind bei ihrer Konstruktion ebenfalls unter weitgehender Berücksichtigung derartiger Erkenntnisse über den Wirkungsmechanismus des wechselseitigen Zusammenspiels der Korrektionelemente aufgebaut.

Die im Zusammenhang mit solchen Korrektions-Wechselwirkungen notwendigerweise zu erwartende Fragestellung nach den effektiven Realisierungsmöglichkeiten findet durch die in umstehender Abbildung 4 gegebene graphische Darstellung des Korrektionsverlaufs einiger Vergleichsobjektive ihre augenfällige Beantwortung.

In dieser Kurvenzusammenstellung sind in Anlehnung an die v. Rohr-Mertésche Darstellungsart die zonischen Schnittweitenabweichungen gegenüber dem Gaußischen Bildpunkt in Abhängigkeit von der Strahleneinfallshöhe, bezogen auf die Einheitsbrennweite $f = 100$ mm, wiedergegeben. Diese

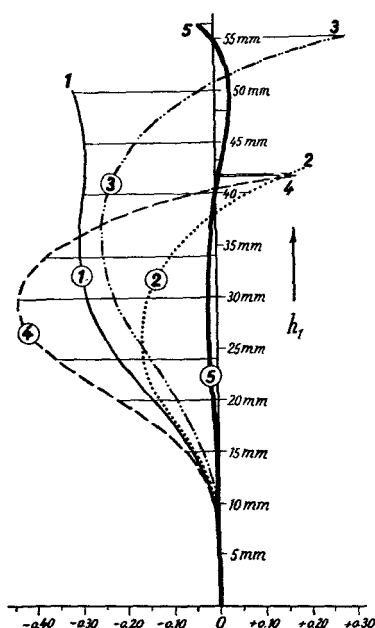


Abb. 4. Die Korrektur der sphärischen Längsabweichungen. Vergleichende Gegenüberstellung der Zonenrestfehler der Schnittweiten in Abhängigkeit von den Strahleneinfallshöhen in der v. Rohr-Mertéschen Darstellungsart, bezogen auf die Einheitsbrennweite $f = 100 \text{ mm}$.

Restaberrationen der Vergleichssysteme sind hier jedoch gegenüber dem originalen Darstellungsvorschlag in 10facher Größe aufgetragen, und zwar im Hinblick auf die Kleinheit der Restfehler des Voigtländer-Fernseh-Super-Nokton 1 : 0,85, welches an dieser Stelle als Beispiel für die außergewöhnlichen Ergebnisse einer Feinkorrektur nach der vorgeschriebenen Methodik zur erfolgreichen Manipulierung der Zonenfehler angezogen sei. Diese zehnfache Überhöhung des Abszissen-Maßstabes der Abb. 4 ist auch aus den Zahlenwerten ersichtlich, die den Teilungsintervallen der Abszissenskala beigeschrieben sind.

Die dargestellten Aberrationskurven gehören zu den nachstehend in der zeitlichen Folge ihrer konstruktiven Durchentwicklung geordneten Objektiven, deren Linsenzahl und spezielle Typenzugehörigkeit in der folgenden Tabelle ebenfalls mitgeteilt ist.

Die Aberrationskurven der vier Vergleichsobjektive sind in der Fachliteratur bereits früher veröffentlicht worden. Sie gehören zu Systemen, deren Aufbau den bisherigen Stand der Technik repräsen-

Kurve Nr.	Bezeichnung	Typenklasse	Linsenzahl	Nutzbare Anfangsöffnung
1	Ernostar-Form	Triplet-Variation	7	1 : 1,0
2	Xenon-Form	Gauß-Variation	8	1 : 1,2
3	R-Biotar*)	Petzval-Variation	5	1 : 0,85
4	Sonnar-Form	Triplet-Variation	6	1 : 1,2
5	Fernseh-Super-Nokton	Gauß-Variation	8	1 : 0,85

*) Das R-Biotar ist als Petzval-Variation kein Anastigmat. Seine geringe Linsenzahl wurde durch den Verzicht auf eine Korrektur des Astigmatismus und der Bildkrümmung erkauft. Das nutzbare Gesichtsfeld besitzt dementsprechend nur eine sehr geringe Ausdehnung.

tiert und deren konstruktive Gestaltung Gegenstand zugehöriger Schutzrechte ist. Der Korrekursionsverlauf der Zonen-Restfehler des Super-Nokton 1:0,85 für Fernseh-Aufnahmezwecke ist den Originalunterlagen der Firma Voigtländer entnommen und wird mit deren freundlicher Genehmigung an dieser Stelle erstmalig veröffentlicht. Für die angezogenen Vergleichsobjektive wird der Quellenachweis in nachfolgender Zusammenstellung unter gleichzeitiger Angabe des Erfinders und des Patentinhabers bzw. der Herstellerfirma gegeben.

System Nr.	Quellenangabe	Erfinder	Patentinhaber
1	D.R.P. Nr. 441 594 1925	L. Bertele	Zeiss-Ikon AG./Dresden
2	D.R.P. Nr. 565 566 1930	A. W. Tronnier	J. Schneider & Co. Bad Kreuznach
3	D.R.P. Nr. 607 631 1932	W. Merté	Carl Zeiss Jena
4	Brit. Pat. Nr. 483 802 1938	L. Bertele	Zeiss-Ikon AG./Dresden

Diese Kurvenzusammenstellung veranschaulicht in überzeugender Weise den Korrekursionsfortschritt, der bei der Entwicklung des Voigtländer-Super-Nokton realisiert werden konnte. Bei solchen Systemen extrem hoher Lichtstärke ist bekanntlich eine sorgfältige Feinkorrektion der Zonenrestfehler besonders wichtig, da letztere wegen der zugehörigen großen Bündelquerschnitte den Bildaufbau auch im besonderen Maße stören können.

Hierbei wirkt nämlich schon eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Zonenreste innerhalb einer Schwankungsbreite von etwa 10% des Ursprungswertes in augenfälliger Weise als Verschlechterung bzw. Verbesserung der Bildgüte.

Eine eindeutige Veränderung der Bildleistung ist im praktischen Gebrauch sehr lichtstarker Systeme mit solchen Korrekursionsschwankungen bereits merklich in allen ihren Auswirkungen verbunden.

Die im vorliegenden Falle herbeigeführte Reduktion der Zonenfehler auf nur einen Bruchteil der Restfehler solcher vorbekannten Vergleichsobjektive stellt damit einen bedeutsamen technischen Fortschritt und zugleich eine einschlägige Bereicherung des Standes der Technik dar.

Zusammenfassung

Nach einem Überblick über die generelle Zielsetzung der geometrischen Optik und ihres konstruktiven Einsatzes werden die grundsätzlichen Arbeitsmethoden zur rechnerischen Verfolgung des Strahlenverlaufs durch abbildende Flächenfolgen umrissen.

Im Anschluß an die Darlegung einer neueren Betrachtungsweise über die gesetzmäßigen Zusammenhänge einiger spezieller Funktionen zur geometrisch-optischen Abbildung wird die Realisierungsmöglichkeit derartiger, zunächst rein theoretischer Erkenntnisse aufgezeigt.

Anschließend wird hierzu durch Vergleichsbeispiele dargelegt, in welchem Maße die praktische Anwendung solcher Entwicklungen einer fortschrittlichen Bereicherung des Standes der Technik dienen kann.